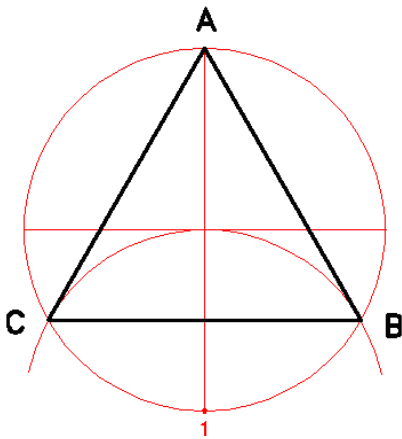


# DISEGNO TECNICO

## GEOMETRIA PIANA – FIGURE PIANE

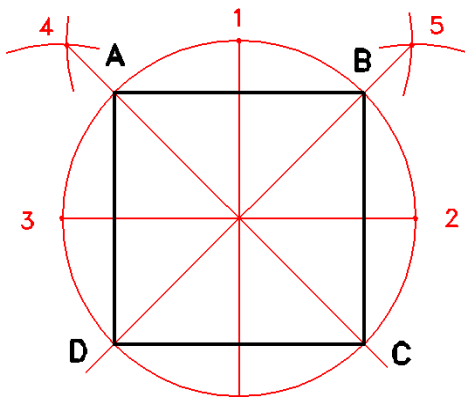


### Costruzione del triangolo equilatero

Dato un riferimento assiale della figura, tracciare una circonferenza e scegliere un punto **1**, che risulterà opposto al vertice **A**.

Con la medesima apertura e puntando in **1**, tracciare una porzione di circonferenza tale da intersecare la circonferenza inscritta. Unendo le due intersezioni **C** e **B**, ed il punto **A**, antipolare di **1**, otterremo un *triangolo equilatero*.

NOTA: l'altezza del triangolo è 1,5 volte il raggio.



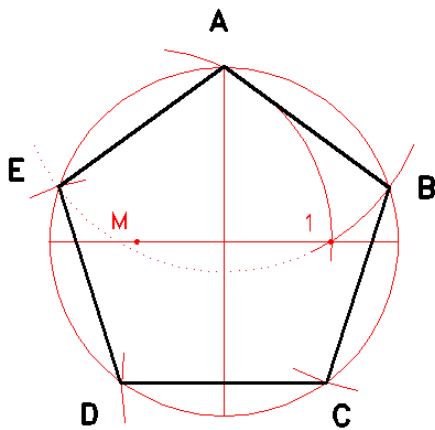
### Costruzione di un quadrato

Dato un riferimento assiale della figura, tracciare una circonferenza.

Individuati i punti **1**, **2**, **3** di intersezione tra la circonferenza ed il riferimento assiale, col *metodo delle bisettrici* (puntando con medesima apertura in **1**, **2**, **3**), si trovano i punti **4** e **5**.

Tracciare dei segmenti che congiungano **4** e **5** col *centro* del sistema di riferimento, prolungandoli fino ad intersecare la circonferenza.

Da tali intersezioni vengono individuati i punti **A**, **B**, **C**, **D** per i quali tracciare il *quadrato*.



### Costruzione del pentagono

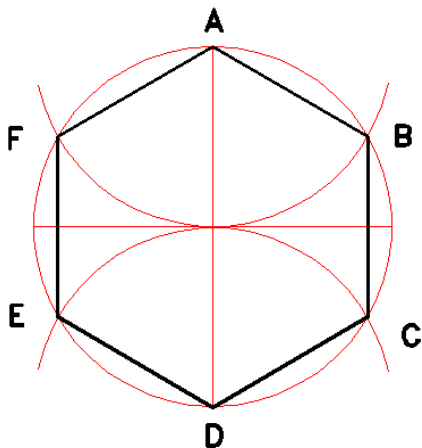
Dato un riferimento assiale della figura, tracciare una circonferenza.

Individuare il punto medio **M**, pari alla *metà del raggio*.

Con apertura **M-A** e puntando in **M**, rintracciare sul medesimo asse il punto **1**.

Con apertura **A-1** tracciare una porzione di circonferenza fino ad individuare i punti **E** e **B**.

Con medesima apertura, puntando in **E** ed in **B**, si trovano **C** e **D**, ultimi punti del *pentagono*.



### Costruzione dell'esagono

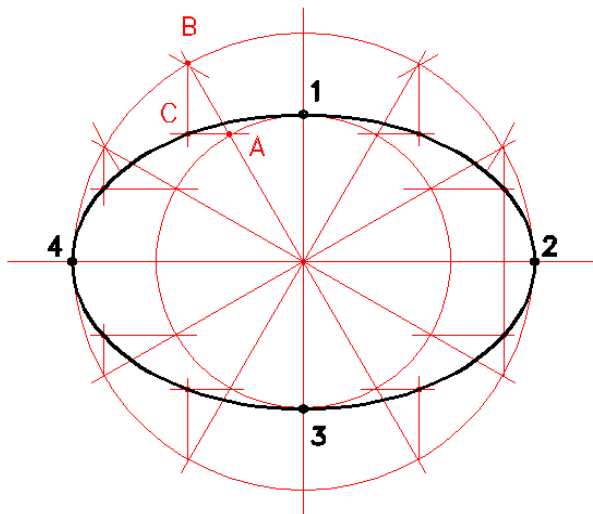
Dato un riferimento assiale della figura, tracciare una circonferenza e scegliere due poli **A** e **D**, tra loro opposti.

Con la medesima apertura e puntando sia in **A** che in **D**, tracciare due porzioni di circonferenza tali da intersecare la circonferenza inscritta.

Unendo le intersezioni così ottenute con i poli scelti, si ottiene l'*esagono*.

NOTA: nell'esagono, il lato è pari al raggio.

### Costruzione di un'ellisse dati gli assi



Tracciare un sistema di riferimento assiale. Tracciare due circonferenze, la prima con *apertura pari a metà asse minore (1-3)*, la seconda con *apertura pari a metà dell'asse maggiore (2-4)*, prestabiliti dell'ellisse.

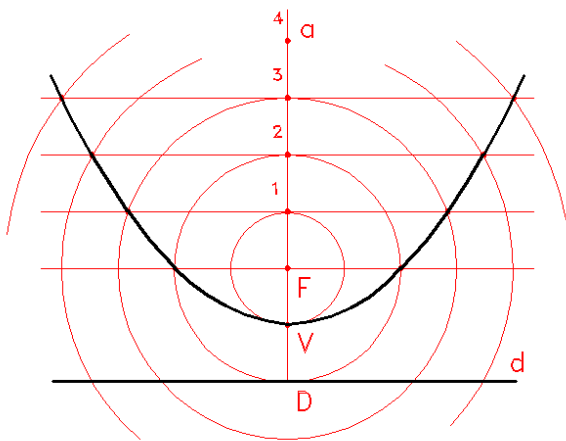
Dividere le circonferenze in più parti tracciando segmenti passanti per il *centro*, fino a trovare i punti ad esempio **A** e **B** sulle due circonferenze.

Tracciare un segmento *orizzontale passante per A* (o più genericamente per l'intersezione della circonferenza piccola).

Tracciare un segmento *verticale passante per B* (sulla circonferenza grande), in modo da farlo incontrare il segmento orizzontale tracciato in un punto **C**, facente parte della curva.

Più divisioni vengono fatte, più l'ellisse verrà preciso.

### Costruzione di una parabola dati fuoco e direttrice



Tracciare l'asse focale **a**, segnare la posizione del *fuoco F* e tracciare la *direttrice d*.

Il vertice **V** si trova esattamente *alla metà della distanza tra il fuoco F e la direttrice d*.

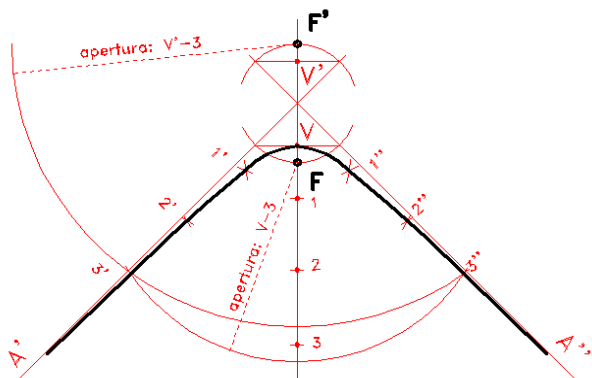
Tracciare quindi una circonferenza avente raggio **F-V**, fino a intersecare l'asse **a** in un punto che chiameremo **1**.

Con medesima apertura, segnare sull'asse i punti **2, 3, 4** puntando in **1** per ottenere **2**, in **2** per ottenere **3** e così via.

Tracciare una serie di circonferenze puntando sempre nel *fuoco F*, di raggio **F-2, F-3, F-4**, fin dove segnato. Tracciare una serie di rette *parallele alla direttrice e tra loro*, passanti per **F, 1, 2, 3, 4**. La *prima* circonferenza individua il *vertice V*.

La *seconda* circonferenza individua i **primi punti della parabola** nelle intersezioni con la retta passante per il *fuoco F*. La *terza* circonferenza, nell'intersezione con la retta passante per il punto **1**. La *quarta* con la retta passante per **2**, e così via.

### Costruzione di un'iperbole dati gli asintoti ed i fuochi



Tracciare l'asse focale e i due asintoti, simmetrici rispetto ad esso ed incidenti in un punto **C**.

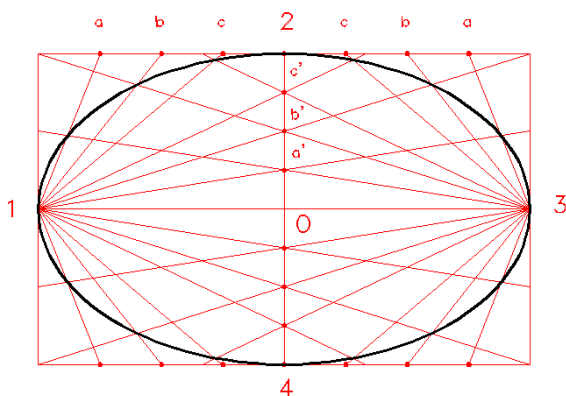
Tracciare una circonferenza puntando in **C**, con apertura  $CF=CF'$ , ovvero rintracciando in modo simmetrico i due fuochi dati rispetto il punto **C**.

Congiungendo le intersezioni fra tale circonferenza e gli asintoti, otteniamo sull'asse focale la posizione dei vertici dell'iperbole.

Una prima considerazione è necessaria nell'evidenziare il rapporto geometrico tra vertici, fuochi, asintoti ed assi, così ottenuto.

Per ottenere gli altri punti della parabola, tracciare sull'asse focale una serie di punti 1, 2 3.. a distanze arbitrarie, opportune; per ottenere ad esempio i punti 3' e 3'', con apertura  $V-3$ , puntare in **F** tracciando una porzione di circonferenza; poi, con apertura  $V'-3$ , puntare in **F'** tracciando una seconda porzione di circonferenza. Le intersezioni determinano i punti dell'iperbole.

### Costruzione di un'ellisse dati gli assi



Tracciare gli assi dell'ellisse (1-3 e 2-4); completare un rettangolo inscritto con *misure dei lati pari a quelle degli assi*. Sull'asse minore e su uno dei lati lunghi del rettangolo, tracciare una sequenza di punti, indicati in figura con **a', b', c'**, ed **a, b, c**.

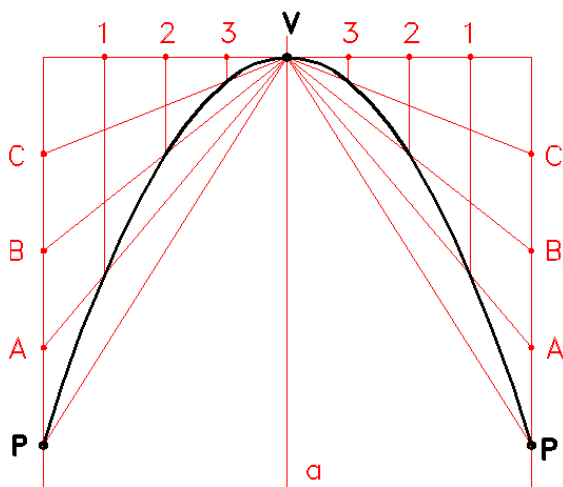
Il metodo pratico è individuare nei segmenti, la metà e la metà della metà, e segnare i punti.

Congiungere il punto 1 con **a, b, c, a', b', c'**, prolungando questi tre fino al bordo del rettangolo.

Congiungere poi il punto 3 con **c, b, a**; le intersezioni di segmenti **1a'** e **3a** individuano un punto della curva.

Così anche **3a'** e **1a**, **1b'** e **3b**, **1b** e **3b'**, procedendo fino al completamento dell'*ellisse*.

### Costruzione di una parabola dati vertice e due punti



Tracciare l'asse focale **a**, individuare su esso il vertice **V**; in modo simmetrico rispetto l'asse **a**, segnare i due punti **P** noti della parabola.

Tracciare per **V** e i due punti **P** dei segmenti tali da generare un *rettangolo inscritto* come da figura.

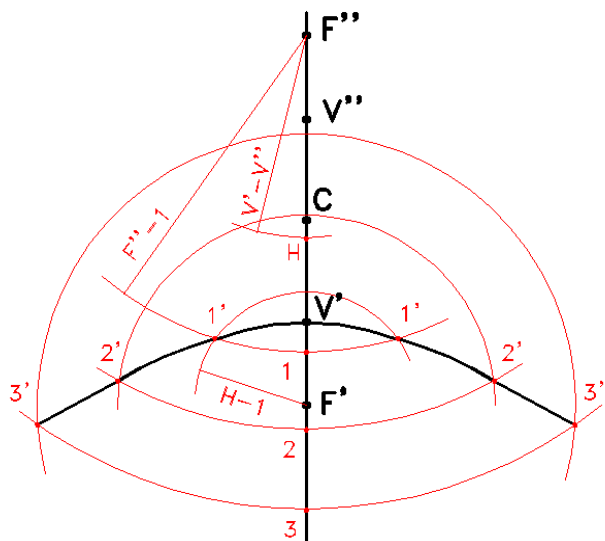
Segnare sul segmento passante per **V**, una serie di punti in figura **1, 2, 3**, segnando quindi la metà e la metà della metà, ed avendo cura di usare una numerazione rovescia nel tratto di destra, in figura **3, 2, 1**.

Sui segmenti passanti per i punti **P**, segnare in modo analogo dei punti **A, B, C**.

Congiungere questi ultimi con il vertice **V**. Tracciare dei segmenti paralleli all'asse **a** dai punti **1, 2, 3, 3, 2, 1**, fino a rintracciare rispettivamente i segmenti **AV, BV** e **CV**,

ottenendo gli altri punti della *parabola*.

### Costruzione di un'iperbole - modo compatto



Tracciare l'asse focale, i vertici **V'** e **V''** ed i fuochi **F'** ed **F''**, simmetrici rispetto al punto centrale **C**.

Registrare sul compasso la distanza tra i vertici **V'-V''**, e con tale apertura puntando in **F''**, tracciare un segno sull'asse che individua il punto **H**.

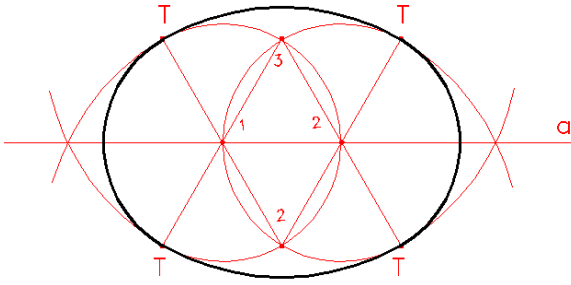
Segnare ora sempre sull'asse dei punti **1, 2, 3**, come da figura e a distanze arbitrarie. Puntare il compasso in **F''** e tracciare delle semicirconferenze con aperture **F''-1, F''-2, F''-3**.

Registrare ora col compasso la distanza **1-H**, puntare con tale apertura nel fuoco **F'**, e tracciare un'altra semicirconferenza fino a rintracciare i punti **1'** nelle intersezioni con la semicirconferenza di raggio **F''-1**.

Procedere con le aperture **2-H** all'intersezione con **F''-2** si trovano i punti **2'**, e via così ottenendo gli altri punti dell'*iperbole*.

Si consiglia, di infittire i punti 1, 2, 3 nei punti critici vicino al vertice dell'iperbole, avendo così maggior precisione di tratto.

### Costruzione di un ovale

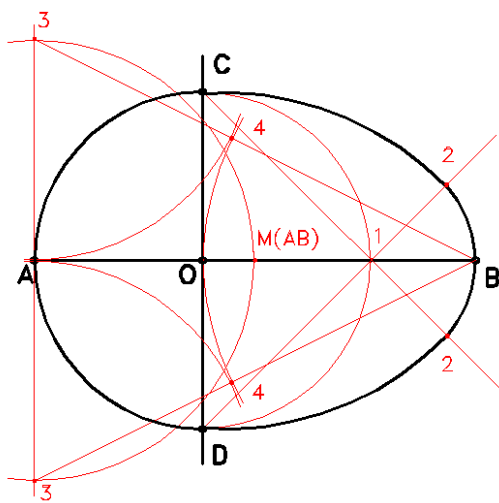


Tracciare un *sistema di riferimento della figura*, evidenziato in figura dall'asse **a**.

Segnare sull'asse un punto che chiameremo **1**; puntare il compasso in **1** con apertura a piacere ma opportuna, descrivendo una circonferenza intera, incidente in un punto **2** l'asse **a**. Con medesima apertura puntare in **2** e descrivere un'altra circonferenza, la quale a sua volta torna ad incidere l'asse in **1**, ed interseca la precedente circonferenza in due punti che chiameremo **3** e **4**.

Tracciare dei segmenti passanti per **1-3**, e per **2-3**, fino a rintracciare i punti di tangenza **T**, come da figura. Ripetere l'operazione dal punto **4**, con segmenti **4-1** e **4-2**.

Puntare ora il compasso nel punto **3** con apertura **3-T**, tracciando una porzione di circonferenza fino a raggiungere l'altro punto **T**. Ripetere l'operazione con medesima apertura (la figura è simmetrica), puntando in **4**, e chiudendo così l'ovale.



### Costruzione di un ovolo

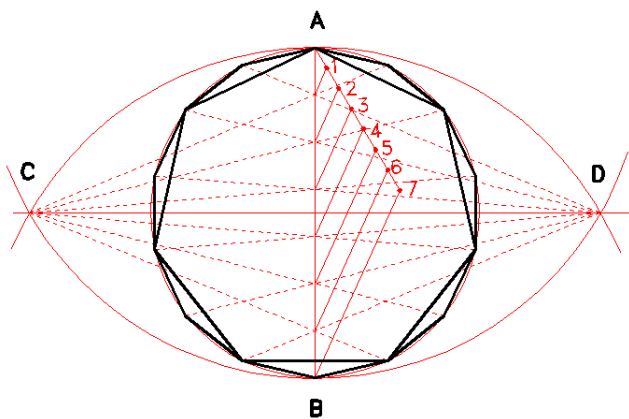
Tracciare un *sistema di riferimento della figura*, evidenziato in figura dagli assi **AB** (maggiore) e **CD** (minore). Puntare il compasso al centro **O** di tali assi, e tracciare una circonferenza di raggio **O-A**, fino ad intersecare l'asse maggiore **AB** in un punto che chiameremo **1**.

Tracciare una circonferenza con centro in **1** e raggio **1-B**. Tracciare due segmenti **C-1** e **D-1** prolungando fino a rintracciare su questa circonferenza i punti **2**, come da figura.

Per ottenere i "fianchi" dell'ovolo, procedere come segue: individuare il punto **M** medio di **AB**; tracciare in **A** un segmento *perpendicolare all'asse*; puntare in **A** con apertura **A-M** e descrivere una semicirconferenza fino ad

individuare i punti **3**. Con medesima apertura puntare nei punti **3** e tracciare una porzione di circonferenza restando dentro la figura. Congiungere i punti **3** col punto **B**. Verranno a intersecarsi i punti **4**. Per conferma, puntare in **B** con raggio **OB**.

Puntando in **4** con apertura **4-D** e **4-C** si completa l'ovolo con i tratti **C-2** e **D-2**.



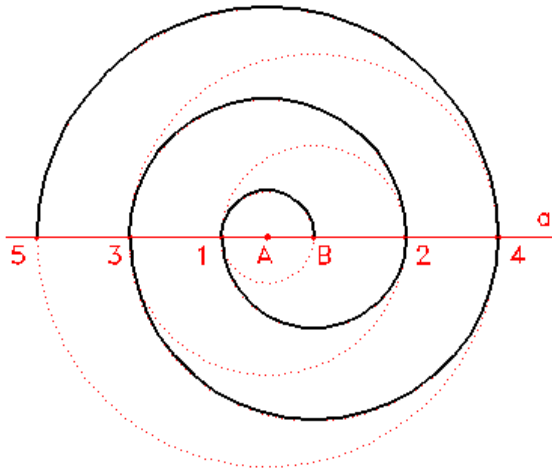
### Costruzione di un poligono regolare generico

Tracciare un *sistema di riferimento della figura*, evidenziato in figura dagli assi **AB** e **CD**. Puntare il compasso al centro di tali assi, e tracciare la circonferenza in cui inscrivere il poligono. Puntare ora il compasso sia in **A** che in **B** con apertura **A-B**, ottenendo le intersezioni nei punti **C** e **D**.

Dal punto **A**, tracciare un *segmento inclinato* come in figura, e segnare *il n numero di divisioni* pari al numero di lati desiderato. Unire il punto **B** con l'ultima divisione del segmento (nel nostro caso **7**), ed in maniera parallela, proiettare sull'asse **AB** i rimanenti punti; secondo il **metodo di Talete**, esso verrà così suddiviso in parti uguali. Tracciare dei segmenti

facendo perno su **C** e **D**, passanti per le *divisioni ottenute sull'asse AB*, che incidano la circonferenza.

NOTA: Il numero di intersezioni è il doppio di quanto richiesto, si procede quindi ad un'opportuna cernita dei punti che contengono la figura prefissata.



### Costruzione della spirale di Archimede dato il passo

Tracciare un asse  $a$ , e su di esso un punto  $A$ .  
 Con apertura pari alla metà del passo, puntare in  $A$  e tracciare una semicirconferenza (\*).  
 Scegliere uno dei due punti di intersezione con l'asse, in figura il punto  $B$ , e nominare l'altro a cifre col numero 1.  
 Puntare in  $B$  con apertura  $B-1$  e realizzare la porzione di voluta dal punto 1 al punto 2.  
 Puntare in  $A$  con apertura  $A-2$  e realizzare il tratto 2-3.  
 Puntare in  $B$  con apertura  $B-3$  e realizzare il tratto 3-4.  
 Puntare in  $A$  con apertura  $A-4$  per ottenere il tratto 4-5.

NOTA: il passo della spirale è regolare.

### Costruzione di una spirale (a voluta jonica)

Tracciare un quadrato di vertici  $1, 2, 3, 4$ . Prolungarne i lati come in figura, a creare degli assi *non incidenti in una sola origine*.

Puntare il compasso in  $1$  con apertura  $1-4$ , tracciare un quarto di cerchio fino a rintracciare il punto  $A$ .  
 Puntare in  $2$  con apertura  $2-A$  descrivendo un quarto di circonferenza fino a trovare il punto  $B$ .  
 Puntare in  $3$  con apertura  $3-B$  tracciando un quarto di circonferenza fino a trovare il punto  $C$ .  
 Puntare in  $4$  con apertura  $4-C$  tracciando un quarto di circonferenza fino a trovare il punto  $D$ .  
 Puntare in  $1$  con apertura  $1-D$  tracciando un quarto di circonferenza fino a trovare il punto  $E$ .  
 Puntare in  $2$  con apertura  $2-E$  tracciando un quarto di circonferenza fino a trovare il punto  $F$ .

NOTA: Nel '500 il Vignola studia questo metodo per descrivere le volute dei capitelli ionici.

### Costruzione di una spirale (a conchiglia)

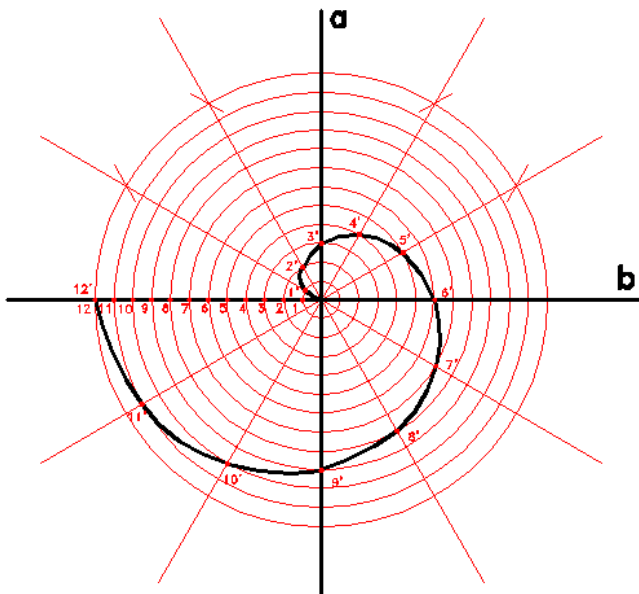
Tracciare un sistema di riferimento della figura, evidenziato in figura dagli assi  $a$  e  $b$ .

Tracciare dodici punti  $1, 2, 3, 4, \dots$  a distanza di *meno di un centimetro* tra loro, e condurre per essi dodici circonferenze concentriche puntando il compasso all'origine degli assi.

Mantenendo l'apertura del raggio dell'ultima, col metodo della *divisione dell'angolo retto*, dividere la semicirconferenza superiore in sei parti, e come da figura, tragguardando l'origine degli assi, tracciare deisegmenti tali da *dividere il cerchio in dodici parti*.

A partire dall'origine, individuare le intersezioni tra un segmento divisore e la prima circonferenza, segnarlo ed attribuire un numero, nel nostro caso  $1'$ .

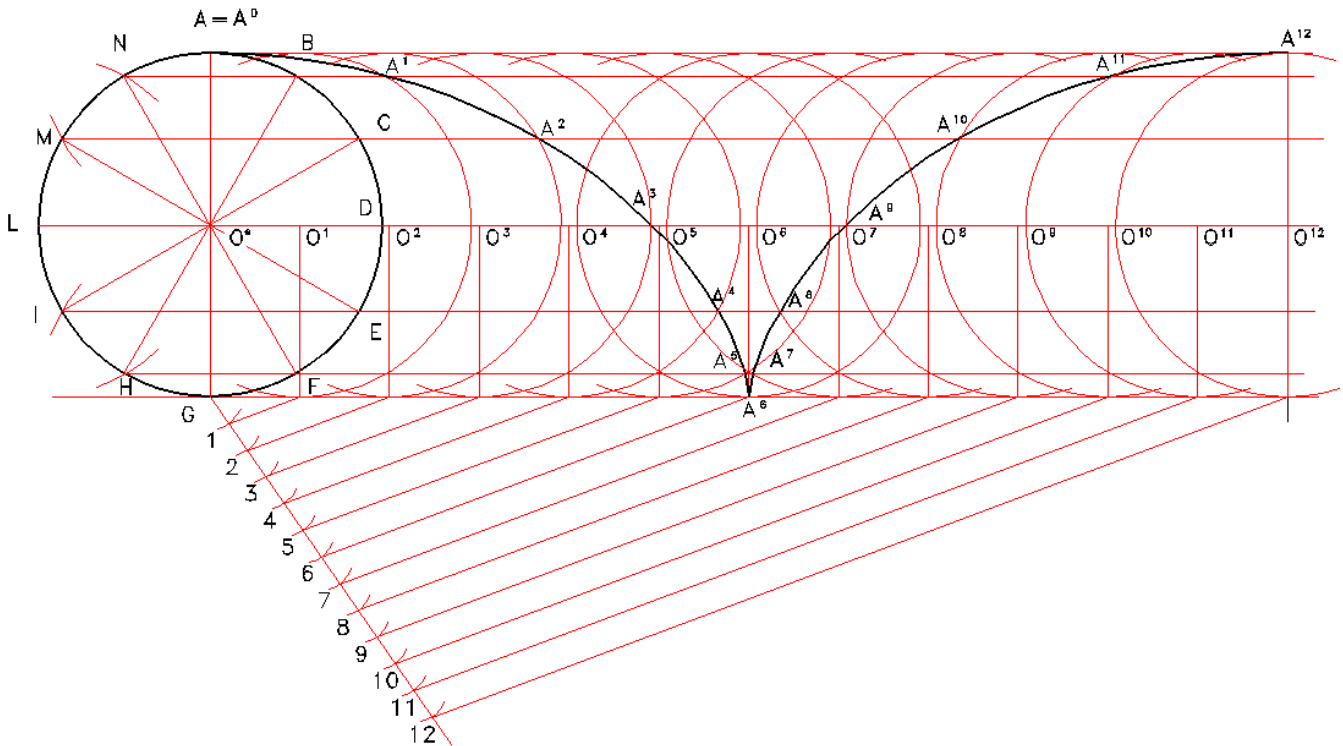
Passare al divisore successivo e scalare di una circonferenza, in figura punto  $2'$ . Procedere fino a raggiungere il punto  $12'=12$ . La crescita del passo della spirale in tal caso risulta essere *progressiva*.



## Costruzione di una cicloide

Se osserviamo un punto di una ruota che procede spostandosi rotolando lungo una traiettoria, la curva descritta dal punto è detta cicloide, ed ha molteplici proprietà sia in matematica che in fisica.

Gli orologi a pendolo sfruttano proprio una sagoma a cicloide che contiene il movimento del cavo garantendo oscillazioni regolari e quasi permanenti nel tempo.



Tracciare un *sistema di riferimento della figura*, evidenziato in figura dalla porzione di retta contenente la serie dei centri **O** da 0 a 12, preferibilmente sopra la metà del foglio.

Su tale retta scegliere un segmento tale che la distanza tra  $O_0$  ed  $O_{12}$  abbia la stessa misura della circonferenza, pertanto stabilire un raggio e moltiplicare tale misura per  $2\pi$  ( $2 \times 3,141593 = 6,283185$ ).

Dividere tramite il metodo di Talete tale segmento in 12 parti, individuando la serie di centri **O**.

Tracciare la prima circonferenza con centro in  $O_0$  e dividerla in 12 parti usando quattro volte il metodo della divisione dell'angolo in tre parti, ottenendo i punti indicati in figura con **A, B, C, D, E, F, G**, ed i simmetrici fino ad **N**.

Tracciare le linee di sviluppo, parallelamente al sistema di riferimento dei centri **O**, passanti per i punti: **A, NB, MC, LD** (coincide col sistema di riferimento), **IE, HF, G**.

Osserviamo il punto **A**: esso all'istante 0 è alla sommità della circonferenza di centro  $O_0$ , pertanto costituisce il primo punto della cicloide **A<sup>0</sup>**, ma all'istante 1 la circonferenza di riferimento è quella di centro  $O_1$  ed il punto **A** si sarebbe spostato alla prima delle dodici divisioni, per intenderci in **B**.

Il secondo punto della cicloide **A<sup>1</sup>** è quindi l'intersezione della seconda circonferenza con l'allineamento della seconda posizione, nel nostro caso **NB**.

Il terzo punto **A<sup>2</sup>** è l'intersezione della circonferenza di centro  $O_2$  con l'allineamento **MC**.

Il quarto punto **A<sup>3</sup>** è l'intersezione della circonferenza di centro  $O_3$  con l'allineamento **LD**.

Per concludere la cicloide si deve procedere con questo metodo fino al punto **A<sup>12</sup>**.